EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta* …033**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine lungimea segmentului determinat de punctele $A(1,3)$ și $B(1,5)$.

(4p) **b)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $E(-1,2)$ și $F(2,3)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin x$, pentru $\cos x = \frac{1}{3}, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

(4p) **d)** Să se calculeze $cos^2 \frac{\pi}{9} + sin^2 \frac{\pi}{9}$.

(2p) **e)** Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{3+5i}{5-3i}$.

(2p) **f)** Să se calculeze numărul complex i^{100}.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze $\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f(x)=5$, unde $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+1$.

(3p) **c)** Să se calculeze în câte moduri se pot aranja pe un raft 5 cărți.

(3p) **d)** Să se determine numerele reale x, y astfel încât să aibă loc egalitatea $\begin{pmatrix} 3 & x \\ y-2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2x-3 \\ 4y+4 & -5 \end{pmatrix}$.

(3p) **e)** Să se determine probabilitatea ca un element $n \in \{0,1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $3^{n+1} \le 27$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim_{x\to 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$.

(3p) **c)** Să se arate că funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$, este crescătoare pe $(-\infty, 0)$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} \frac{2007}{n^2 f(n)}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimile $\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]=\left\{a+b\sqrt{2}\;\middle|\;a,b\in\mathbf{Z}\right\}$ și $M=\left\{x\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]\;\middle|\;\frac{1}{x}\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]\right\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $0\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]$ și $1\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]$.

(4p) **b)** Să se arate că, dacă $x,y\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]$, atunci $x+y\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $x,y\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]$, atunci $x\cdot y\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]$.

(2p) **d)** Să se arate că $3+2\sqrt{2}$ este un element din mulțimea *M*.

(2p) **e)** Să se determine un element $x\in\mathbf{Z}\left[\sqrt{2}\right]$ astfel încât $x\notin M$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $x,y\in M$, atunci $x\cdot y\in M$.

(2p) **g)** Să se determine un element din mulțimea $M\cap\left(0;\frac{1}{2007}\right)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f_0(x)=e^{3x}$ și $f_{n+1}(x)=f_n'(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$, $\forall n\in\mathbf{N}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f_1(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f_0.

(4p) **c)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x)=3^n e^{3x}$, $\forall n\in\mathbf{N}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $f_0(0)+f_1(0)+\ldots+f_n(0)$, $n\in\mathbf{N}$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f_1(0)+f_2(0)+\ldots+f_n(0)}{f_{n+1}(0)}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\int_0^x f_{2004}(t)dt}{f_{2004}(x)}$.

(2p) **g)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f_0(x)+f_1(x)=4$.